

Zeit: 4 Stunden
Hilfsmittel: Formelsammlung Mathematik (Zelgli/Aarau)
Taschenrechner: TI-30

- Es ist eine saubere Darstellung der Lösungen verlangt.
- Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.

1. Analysis 1

[14P]

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{16x - 8}{x^2 + 4x}$.

Der Graph von f wird mit G bezeichnet.

- (a) Untersuchen Sie die Funktion (Definitionsbereich, Schnittpunkt(e) mit den Achsen, Verhalten um die Polstellen, erste Ableitung, zweite Ableitung, Hoch- und Tiefpunkte, Symmetrie, Verhalten an den Rändern des Definitionsbereichs, Wertebereich) und zeichnen Sie den Graphen.

Achtung: Die dritte Ableitung und die Wendepunkte sind nicht gefragt.

Für den Graphen G gilt: (1 Häuschen=1 Einheit).

Zur Kontrolle: $f'(x) = \frac{-16(x^2 - x - 2)}{(x^2 + 4x)^2}$ und $f''(x) = \frac{16(2x^3 - 3x^2 - 12x - 16)}{(x^2 + 4x)^3}$ [12P]

- (b) Wie lautet die Gleichung der Normale n an den Graphen G im Punkt $Q(-2|?)$? [2P]

2. Vektorgeometrie

[13P]

Gegeben sind

- die Punkte $A(-5|-3|5)$, $B(-3|-2|3)$, $C(-5|0|2)$, $P(10|6|-4)$, $Q(12|7|-5)$.
- die Ebene E bestimmt durch A , B , C .
- die Gerade g bestimmt durch P und Q .
- die Gerade $h: \vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

- (a) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E .
(Falls Sie keine Lösung finden, rechnen Sie weiter mit $E: 2x + 4y + 4z + 2 = 0$). [2.5P]
- (b) Unter welchem Winkel schneidet die Gerade g die Ebene E ? [1.5P]
- (c) Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h . Geben Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt an. [3P]

(d) Sei $D(-7| -1|4)$. Zeigen Sie, dass $ABCD$ ein Quadrat ist. [2P]

(e) Finden Sie alle Punkte S auf der Geraden g , die mit dem Quadrat $ABCD$ eine (nicht notwendigerweise gerade) Pyramide mit dem Volumen 24 bilden. [4P]

3. Analysis 2

[7.5P]

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 4x \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot x}$

(a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich, die Nullstellen und das Verhalten gegen $\pm\infty$ und skizzieren Sie den Graphen von f . [3.5P]

(b) Zeigen Sie durch partielle Integration, dass die Funktion $F(x) = -8 \cdot (x + 2) \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot x}$ eine Stammfunktion von $f(x)$ ist. [2P]

(c) Der Graph von f , die x -Achse und die vertikale Gerade $x = b$; ($b > 0$) schliessen eine Fläche vom Inhalt $A(b)$ ein. Berechnen Sie den Flächeninhalt in Abhängigkeit von b und untersuchen Sie den Grenzwert für $b \rightarrow \infty$. [2P]

4. Wahrscheinlichkeitsrechnung

[13P]

Alle Wahrscheinlichkeiten sind auf vier Nachkommastellen zu runden.

Die männliche Form wurde überall angewendet, um den Text nicht schwerfällig wirken zu lassen.

Der Schulrat des Gymnasiums Laufen besteht aus sieben Personen, zwei Frauen und fünf Männer.

a) Es soll eine Kommission bestehend aus vier der sieben Schulräte gebildet werden. Auf wie viele Arten lässt sich die Kommission zusammenstellen, wenn mindestens eine der Damen vertreten sein muss? [1.5P]

Bei den Blutgruppen unterscheidet man A , B , AB und 0 . In der Schweizer Bevölkerung sind die Blutgruppen entsprechend der folgenden Tabelle verteilt:

Blutgruppe:	A	B	AB	0
Anteil:	47%	8%	4%	41%

b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Klasse mit 24 Schülern

b1) mindestens ein Schüler die Blutgruppe B aufweist? [1.5P]

b2) höchstens zwei Schüler die Blutgruppe A aufweisen? [2P]

c) Zur Zeit besuchen 560 Schüler das Gymnasium in Laufen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit weisen höchstens 200 Schüler die Blutgruppe 0 auf? [2.5P]

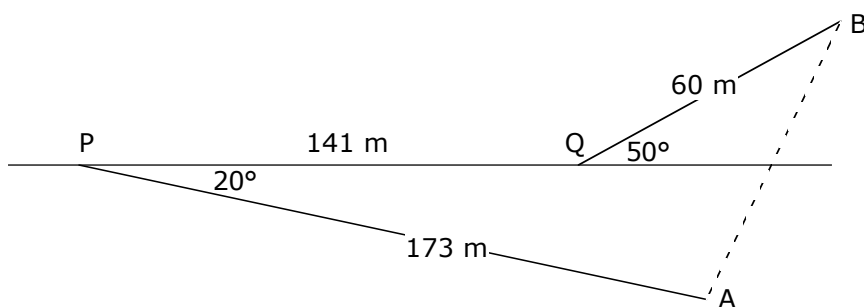
d) Wie viele Schüler muss man mindestens auf ihre Blutgruppe untersuchen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 98% mindestens einen Schüler mit Blutgruppe AB zu finden? [2.5P]

Der Rhesusfaktor ist ein weiteres Unterscheidungsmerkmal. Findet sich im Blut das Antigen D, so ist die Person Rhesus-positiv, andernfalls Rhesus-negativ. Von den Personen mit Blutgruppe AB sind 75% Rhesus-positiv. Von Personen mit anderen Blutgruppen sind es gar 85.4%.

- e) Man wählt zufällig einen Schüler aus dem Gymnasium Laufen aus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person
- e1) Rhesus-negativ ist? [1.5P]
- e2) Die Blutgruppe AB aufweist, wenn man weiss, dass er Rhesus positiv ist? [1.5P]

5. Zwei unabhängige Teilaufgaben [6.5P]

- 5.1) Von einer Strasse zweigt bei P ein Feldweg nach rechts ab und führt zum Hause der A. Ich wollte aber die Familie B besuchen, hätte also - wie mir Frau A erklärt - die Strasse 141m später bei Q nach links verlassen müssen. Ich beschliesse, mich direkt durch die Büsche zum Haus der B durchzuschlagen (siehe Skizze).



Wie weit muss ich gehen um von Haus der Familie A direkt zum Haus der Familie B zu gelangen? [2.5P]

- 5.2) Tom und Jerry spielen folgendes Spiel: Sie würfeln abwechselnd mit einem Würfel und wer zuerst eine "Sechs" wirft, hat gewonnen. Tom beginnt.
- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Tom das Spiel gewinnt und höchstens viermal würfelt? [2P]
- b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Jerry das Spiel gewinnt? [2P]

Maximale Punktzahl: 54P ⇒ 48P ≐ Note 6